

INDICE

Capitolo 1. Argomenti introduttivi: numeri reali, calcolo combinatorio, principio d'induzione

1.1. Il sistema dei numeri reali: cenni su una definizione costruttiva.	1
1.2. Il sistema dei numeri reali: definizione assiomatica.	2
1.3. Assiomi dell'ordine.	9
1.4. Rappresentazione dei numeri reali su una retta.	15
1.5. Maggiorante, massimo, estremo superiore.	17
1.6. L'assioma di completezza.	23
1.7. Il postulato di Dedekind.	25
1.8. Simbolo di modulo e disuguaglianza triangolare.	28
1.9. Numeri naturali, interi e razionali.	31
1.10. Il principio di induzione.	35
1.11. Il principio del buon ordinamento.	40
1.12. Definizioni per induzione. Sommatricie, produttrici ed altri simboli.	41
1.13. Disposizioni, permutazioni e combinazioni.	50
1.14. Proprietà dei coefficienti binomiali. Formula del binomio di Newton.	55
1.15. Parte intera e parte decimale.	61
1.16. Densità dei razionali nei reali.	63
1.17. Esistenza di numeri irrazionali.	64
<i>Appendice al capitolo 1</i>	
1.18. Insiemi infiniti. Potenza del numerabile e potenza del continuo.	67
1.19. Numeri algebrici e trascendenti.	70
1.20. Disposizioni e permutazioni con ripetizioni.	71

Capitolo 2. Funzioni elementari

2.1. Concetto di funzione: definizione intuitiva e definizione rigorosa.	74
2.2. Precisazioni su dominio, codominio e immagine. Grafico di una funzione.	76
2.3. Proprietà delle funzioni. Simmetrie.	78
2.4. Esempi di funzioni algebriche razionali.	84
2.5. Esempi di funzioni algebriche irrazionali.	91
2.6. Funzione modulo ed altre funzioni con termini in modulo.	94
2.7. Parte intera e parte decimale. Funzioni periodiche.	97
2.8. Monotonia e funzioni inverse.	100
2.9. Esponenziale e logaritmo.	106
2.10. Funzioni goniometriche.	110
2.11. Funzioni goniometriche inverse.	119
2.12. Funzioni iperboliche.	125
2.13. Funzioni iperboliche inverse.	128
2.14. Funzioni composte.	131
<i>Appendice al capitolo 2</i>	
2.15. Funzioni lineari a tratti.	136
2.16. Osservazioni sulle funzioni periodiche.	137

Capitolo 3. Limiti e continuità

3.1. Intorni.....	141
3.2. Concetto intuitivo di limite.....	142
3.3. Definizione di limite e verifiche.....	144
3.4. Teoremi sui limiti e definizione di continuità.....	154
3.5. Continuità delle funzioni elementari e calcolo di limiti.....	162
3.6. Teorema del confronto e conseguenze.....	170
3.7. Altri limiti notevoli.....	175
3.8. Limiti destro e sinistro.....	176
3.9. Limiti infiniti e limiti all'infinito.....	180
3.10. Ordine di infinito e ordine di infinitesimo.....	201
3.11. Classificazione delle discontinuità.....	206
3.12. Teoremi sulle funzioni continue.....	208
3.13. Uniforme continuità e teorema delle piccole oscillazioni.....	217
3.14. Risoluzione delle disequazioni.....	222
<i>Appendice al capitolo 3</i>	
3.15. Alcuni esempi su continuità e invertibilità.....	228
3.16. Punti di accumulazione.....	232
3.17. Definizioni più generali di limite e continuità.....	233
3.18. Funzioni lipschitziane e hölderiane.....	236

Capitolo 4. Derivate e applicazioni

4.1. Alcuni problemi collegati alla definizione di derivata.....	240
4.2. Definizione di derivata di una funzione in un punto.....	245
4.3. Continuità delle funzioni derivabili.....	248
4.4. Regole di derivazione e derivate di alcune funzioni elementari.....	249
4.5. Derivazione di una funzione composta.....	256
4.6. Derivazione della funzione inversa.....	260
4.7. Derivate di altre funzioni trascendenti.....	264
4.8. Derivata destra e sinistra.....	268
4.9. Derivata logaritmica.....	271
4.10. Derivate di ordine superiore.....	272
4.11. Massimi e minimi relativi.....	274
4.12. Teoremi sulle funzioni derivabili.....	276
4.13. Determinazione degli estremi relativi. Punti di flesso.....	288
4.14. Problemi di massimo e minimo.....	297
4.15. Concavità e convessità. Criterio della derivata seconda.....	299
4.16. Asintoti obliqui.....	304
4.17. Studi di funzioni.....	308
4.18. Il concetto di differenziale e i simboli di Leibniz.....	320
<i>Appendice al capitolo 4</i>	
4.19. Altre osservazioni sulle funzioni derivabili.....	325
4.20. Monotonia puntuale.....	326
4.21. Funzioni lipschitziane e derivata.....	329
4.22. Derivata n -esima di un prodotto: formula di Leibniz.....	330

Capitolo 5. Calcolo integrale

5.1. Il problema delle aree.	334
5.2. Integrale di una funzione continua.	337
5.3. Esempi di calcolo di integrali con la sola definizione.	340
5.4. L'integrale come limite. Proprietà elementari dell'integrale.	345
5.5. Funzione integrale e primo teorema fondamentale del calcolo integrale.	354
5.6. Primitiva di una funzione. Simbolo di integrale indefinito.	357
5.7. Il secondo teorema fondamentale del calcolo integrale e il teorema della media pesata.	360
5.8. Integrali immediati.	363
5.9. Integrazione per sostituzione.	367
5.10. Integrazione per parti.	373
5.11. Altri integrali notevoli.	381
5.12. Cenno sugli integrali impropri.	383
5.13. Integrazione delle funzioni razionali.	385
5.14. Integrali razionalizzabili.	395
5.15. Esempi sulle funzioni integrali.	406
5.16. Calcolo di aree.	412
<i>Appendice al capitolo 5</i>	
5.17. Formula di decomposizione di Hermite.	416
5.18. Secondo teorema della media pesata.	417
5.19. L'integrale di Riemann. Definizione e proprietà fondamentali.	418
5.20. Alcune condizioni per la R-integrabilità.	427
5.21. Estensione del primo teorema fondamentale del calcolo integrale.	433

Capitolo 6. Le funzioni trascendenti

6.1. Nota introduttiva.	437
6.2. La funzione logaritmo naturale.	437
6.3. La funzione esponenziale.	441
6.4. Esponenziali e logaritmi in altre basi.	444
6.5. Alcuni limiti notevoli su esponenziali e logaritmi.	446
6.6. Il comportamento all'infinito dell'esponenziale e del logaritmo.	447
6.7. La funzione arcotangente.	448
6.8. La funzione tangente.	452
6.9. Le funzioni seno e coseno.	457
6.10. Limiti notevoli riguardanti le funzioni goniometriche.	460
6.11. Significato geometrico delle funzioni goniometriche e iperboliche.	461

Capitolo 7. Formula di Taylor

7.1. Polinomio di Taylor.	467
7.2. Resto nella formula di Taylor.	473
7.3. Calcolo approssimato di valori di funzioni.	478
7.4. Approssimazioni numeriche per le costanti e e π	483
7.5. Regola di De l'Hôpital.	486

7.6. I simboli di Bachmann-Landau.	495
7.7. Resto della formula di Taylor in termini di “ <i>o</i> piccolo”.	500
7.8. Risoluzione di forme indeterminate tramite la formula di Taylor.	508
<i>Appendice al capitolo 7</i>	
7.9. Metodo delle derivate successive.	512
7.10. Concavità, convessità e retta tangente.	515

Capitolo 8. Numeri complessi

8.1. Considerazioni intuitive sui numeri complessi.	516
8.2. Definizione del campo dei numeri complessi.	517
8.3. Unità immaginaria ed espressione algebrica dei numeri complessi.	519
8.4. Numeri complessi coniugati.	520
8.5. Impossibilità dell’ordinamento nel campo dei numeri complessi.	522
8.6. Rappresentazione geometrica dei numeri complessi.	522
8.7. Proprietà del modulo nel campo complesso.	527
8.8. Prodotti e potenze di numeri complessi. Formula di De Moivre.	528
8.9. Radici nel campo complesso.	531
8.10. Esponenziale e logaritmo nel campo complesso.	535
<i>Appendice al capitolo 8</i>	
8.11. Altre funzioni trascendenti nel campo complesso.	539
8.12. Equazioni di terzo e quarto grado.	547

Capitolo 9. Successioni e serie

9.1. Limiti di successioni.	554
9.2. Teoremi di regolarità.	559
9.3. Sottosuccessioni.	562
9.4. Successioni definite per ricorrenza.	565
9.5. Il criterio di convergenza di Cauchy.	567
9.6. Il numero e definito come limite di successione.	569
9.7. Serie numeriche.	570
9.8. Operazioni con le serie.	574
9.9. Serie telescopiche.	580
9.10. La serie geometrica.	583
9.11. La serie armonica.	587
9.12. Somme di serie ricavabili dalla formula di Taylor.	589
9.13. Criteri di convergenza per le serie a termini non negativi. Il criterio del confronto.	590
9.14. Il criterio del rapporto e il criterio della radice.	592
9.15. Il criterio del confronto con un integrale.	596
9.16. Il criterio del confronto asintotico.	600
9.17. Il criterio di condensazione.	605
9.18. Serie a termini di segno qualsiasi. Convergenza assoluta.	608
9.19. Il criterio di Leibniz.	610
9.20. La formula di Abel e il criterio di Dirichlet.	613
9.21. Criteri di convergenza per gli integrali impropri.	616

Appendice al capitolo 9

9.22. Relazione tra limiti di successioni e di funzioni.	620
9.23. Massimo e minimo limite di una successione.	623
9.24. Osservazioni sui criteri del rapporto e della radice.	630
9.25. Il criterio di Raabe.	631
9.26. Formulazioni più generali di alcuni criteri sulle serie.	633
9.27. Rappresentazione decimale dei numeri reali.	636
9.28. Non numerabilità dell'insieme dei numeri reali.	643
9.29. Successioni e serie nel campo complesso.	644
9.30. Cenni sulla funzione zeta di Riemann.	647
9.31. Numeri armonici e costante gamma di Eulero.	648
9.32. Riordinamento dei termini di una serie.	651
9.33. Infinita additività dell'integrale rispetto all'intervallo.	659

10. Alcune questioni di teoria dei numeri

10.1. Nota introduttiva.	661
10.2. Divisibilità, numeri primi e numeri composti.	661
10.3. Massimo comun divisore e algoritmo euclideo.	663
10.4. Il teorema della fattorizzazione unica.	665
10.5. Problemi riguardanti la distribuzione dei numeri primi.	669
10.6. Dimostrazioni di irrazionalità.	675
10.7. Alcuni problemi aperti.	681